Faculté des Sciences Aix-Marseille Université

Année universitaire 2014/2015

Site : ☒ Luminy ☒ St-Charles ☐ St-Jérôme ☐ Cht-Gombert ☒ Aix-Montperrin ☐ Aubagne-SATIS
Sujet de : ☐ 1$^{\text{er}}$ semestre ☐ 2$^{\text{ème}}$ semestre ☒ Session 2 Durée de l'épreuve : 2h
Examen de : L1 Nom du diplôme : Licence de Mathématiques
Code du module : SMI1U3 Libellé du module : Géométrie et arithmétique 1
Calculatrices autorisées : NON Documents autorisés : NON

Exercice 1

i) Trouver une équation paramétrique de la droite $L = P \cap P'$, donnée par l'intersection des plans

$$P = \{(1,2,1) + s(2,1,3) + t(1,0,1),\ s,t \in \mathbb{R}\}$$

et

$$P' = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ x + y + 5z - 2 = 0\}$$

dans l'espace $\mathbb{R}^3$.

ii) Donner une équation cartésienne du plan perpendiculaire à L et contenant l'origine.

Exercice 2

Calculer module et argument des solutions de l'équation $z^3 = 1 + i$.

Exercice 3

i) Montrer que

$$e^{2it} + e^{it} = 2\, e^{3it/2} \cos(t/2), \quad \forall\, t \in \mathbb{R}.$$

ii) En déduire module et argument de $z = e^{2it} - e^{it}$ pour $t \in]0, \pi[$.

Exercice 4

i) Donner la définition du PGCD de deux polynômes à coefficients réels.

ii) Calculer le PGCD des polynômes $P = X^3 - X^2 - 14X + 24$ et $Q = X^2 + 2X - 15$.

Exercice 5

i) Décomposer le polynôme $P = X^4 - 6X^3 + 15X^2 - 18X + 10$ en produit de polynômes irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ en sachant que $\alpha = 2 + i$ est une racine de P. (Noter que l'ensemble des racines complexes d'un polynôme réel est stable sous conjugaison complexe.)

ii) Donner la décomposition de P en produit de polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.
