

## Géométrie et arithmétique

Partiel 2 – Novembre 2014

Calculatrice et documents non autorisés

Durée : 2 heures

### EXERCICE 1

(Question de Cours) Montrer que pour tous  $z, z' \in \mathbb{C}$ , on a  $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$  et  $\overline{zz'} = \overline{z}\overline{z'}$ .

### EXERCICE 2

Soient  $A$  et  $B$  deux points distincts de l'espace  $\mathbb{R}^3$  muni du repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

1. Décrire l'ensemble des points  $M$  de l'espace vérifiant  $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ .
2. Décrire l'ensemble des points  $M$  de l'espace vérifiant  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ .
3. Décrire l'ensemble des points  $M$  de l'espace vérifiant  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ .
4. Décrire l'ensemble des points  $M$  de l'espace vérifiant  $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB}$ .

### EXERCICE 3

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation

$$2z^2 + (1 - 2i)z - i = 0$$

### EXERCICE 4

En utilisant les nombres complexes, calculer  $\cos 6\theta$  en fonction de  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  puis de  $\cos \theta$  uniquement.

### EXERCICE 5

On considère l'équation  $(E) \quad 1 + z^3 + z^6 = 0$  dans  $\mathbb{C}$ .

1. Montrer que  $z$  est solution si et seulement si  $\bar{z}$  est solution.
2. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $1 + X + X^2 = 0$  (penser à la somme d'une suite géométrique).
3. Donner toutes les solutions de  $(E)$  sous forme exponentielle.

### EXERCICE 6

Donner l'équation cartésienne de l'ensemble des points dont l'affixe est solution de

$$\frac{|iz - (1 + i)|}{|z - 3i|} = 2$$

Quelle type de figure obtient-on ?