Nom et prénom :

Algèbre Linéaire

Contrôle continu 5
05/04/2017

Questions de cours

1) Soient E et F deux espaces vectoriels réels et soit $f : E \to F$ une application linéaire. Montrer que si $H \subseteq E$ est un sous-espace vectoriel de E, alors $f(H) \subseteq F$ est un sous-espace vectoriel de F.
2) Définir le noyau et l'image d'une application linéaire, puis énoncer le théorème du rang.
3) Soit $f : \mathbb{R}^3 \to \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ une application linéaire. Est-ce que f peut être surjective ? Justifiez votre réponse.

Exercice (Toutes les réponses doivent être justifiées)

3) Considérons l'application linéaire

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y,z) & \longmapsto & (x+y,\ x-z) \end{array}.$$

- Déterminer une base de $\mathrm{Ker}(f)$ et une base de Im(f). En déduire leurs dimensions.
- L'application f est-elle injective ? Surjective ?
- Décrire l'ensemble $f^{-1}(1,0)$.